

Lineare Algebra - Übungsnotizen 2

Leopold Karl

2. Oktober, 2023

1 Überblick: Stoff der letzten Wochen

- Ein Beispiel: Fibonacci-Folgen
- Aussagen- & Prädikatenlogik
- Körper
- Matrizen

2 Organisatorisches

- Whatsapp-Gruppe: Nachricht an mich (+41782043029) mit vollem Namen und Studiengang oder per Link.
- Übungsnotizen mit Quizlösungen auf Website (www.leopoldkarl.com/linearalgebra).
- Serien mit Namen versehen!
- Serie wie folgt abspeichern: #(Seriennummer)_NachnameVorname, z.B.: 1_KarlLeopold.

3 Lösung Quiz 2

3.1 Frage 1

- (a) Sei $M :=$ Menge der Mathematiker, $\sigma :=$ Menge der Männer, $L :=$ Menge der Menschen mit langen Haaren. Dann gilt:
 $\neg(\text{"Alle Mathematiker sind Männer und haben lange Haare."}) = \neg(\forall m \in M : m \in \sigma \wedge m \in L) = \exists m \in M : m \notin \sigma \vee m \notin L$
- (b) Sei $K :=$ Menge der schweizer Kühe, $S :=$ Menge der schwarz weiß gefleckten Objekte in der Schweiz, $H :=$ Menge der schweizer Tiere mit Hörnern. Dann gilt:
 $\neg(\text{"Es gibt eine schweizer Kuh, die schwarz-weiss gefleckt ist und keine Hörner hat."}) = \neg(\exists k \in K : k \in S \wedge k \in H^c) = \forall k \in K : k \notin S \vee k \in H$

3.2 Frage 2

$\mathbb{F} := (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, +_p, \cdot_p, 0_p := (0 + p\mathbb{Z}), 1_p := (1 + p\mathbb{Z}))$, wobei
 $+_p : \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, (a + p\mathbb{Z}) +_p (b + p\mathbb{Z}) := (a + b) + p\mathbb{Z}$ und
 $\cdot_p : \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, (a + p\mathbb{Z}) \cdot_p (b + p\mathbb{Z}) := (a \cdot b) + p\mathbb{Z}$.

4 Serie 1 - Nachbesprechung

1. $\{ \}$ sind Mengenklammern; Folgen werden als $\mathcal{F} = (a_i)_{i=0}^{\infty}$ notiert.
2. Folge *neq* Folgenglied! Wir haben kein Vergleichssymbol "=" zwischen Folgen und Folgengliedern definiert!
3. Aufgabe 2c): Es gibt nicht nur zwei, sondern sogar unendlich viele Eigenfolgen: multipliziere $(\gamma^i)_{i=0}^{\infty}$ bzw. $(\delta^i)_{i=0}^{\infty}$ einfach mit einer beliebigen Konstanten $C \in \mathbb{R}$.
4. Einen Beweis ordentlich aufschreiben: Beispiel 2.f) an der Tafel (lösen + Induktionsbeweis, dass dies eine arithmetische Folge ist).

5 Theorie & Beispiele

1. Fragen zur Prädikatenlogik? Ansonsten genügend Aufgaben in Serie.
2. Modulrechnen: Löse nach x auf: $5x + 2 \equiv_{11} 0$; Finde das inverse von $x \equiv_{101} 50$; Lässt sich $x^3 + x + 1$ in ein Produkt (von Polynomen mit kleinerem Grad) zerlegen?
3. Beispiel Körper: \mathbb{F}_p , Gegenbeispiel Körper/Beispiel Ring: $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ für $n \in \mathbb{Z}^+$ nicht prim.
4. Matrizen: Übung 2.2.6 im Skript
5. Beispiele invertierbare, nicht invertierbare, kommutierende, nicht kommutierende Matrizen
6. direktes Finden der Inversen Matrix

Kontakt:

Website: www.leopoldkarl.com

Mail: lekarl@student.ethz.ch

LinkedIn: [Leopold Karl](#)