

Lineare Algebra - Übungsnotizen 12

Leopold Karl

12. Dezember 2022

1 Überblick: Stoff der letzten Wochen

- Quotientenraum
- Dualraum
- Elementarmatrizen

2 Serie 11

1. Präsentation: Meinolf Lemke
Hinweis: Konstruiere eine geeignete Basis.
2. Präsentation: Luca Darms
Hinweis: Bemerke, dass U, S invertierbar sind und folgere, dass $T = S^{-1}U^{-1}$
3. Präsentation: Katharina Knist
Hinweis: Wiederhole die Definitionen
4. Präsentation: Daniel Alexe
Hinweis: Wahr, falsch, wahr
5. Präsentation: Lukas-Magnus Retter
Hinweis: Induktion
6. Tim Fessler
Hinweis: Vermutungen anstellen und Induktion verwenden oder Muster erkennen und Verfahren angeben, wie man eine Matrix dieser Form (beliebiger Größe!) in Zeilenstufenform bringt, woraus man den Rang abliest.

Kontakt:

Website: www.leopoldkarl.com

Mail: lekarl@student.ethz.ch

LinkedIn: [Leopold Karl](#)

3 Beispiele/Übungen

1. Ist $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ invertierbar? Wenn ja, zerlege M in ein Produkt von Elementarmatrizen.
2. Besprechung lineare Unabhängigkeit von Elementen des Dualraums.

18. Berechne eine Basis des Kerns und des Bildes der linearen Abbildung $\mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^3$, die durch Linksmultiplikation mit der folgenden Matrix definiert ist:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

11. Für welche natürlichen Zahlen m existiert ein K -Vektorraum V mit m verschiedenen Unterräumen V_1, \dots, V_m , so dass für alle $i < j$ der Unterraum V_i ein Komplement von V_j ist?
1. Ein Forscher besucht eine Insel, auf der, wie er weiss, zwei verschiedene Stämme Eingeborener wohnen: Die Angehörigen des einen Stammes sagen immer die Wahrheit, die Angehörigen des anderen Stammes lügen immer. Der Forscher will eine Schlucht auf der Insel erkunden, stösst aber auf dem Weg auf eine Gabelung, bei der er nicht weiss, ob er rechts oder links abbiegen soll, um zur Schlucht zu gelangen. Zum Glück kommt ihm ein Eingeborener entgegen, von dem er aber nicht weiss, welchem Stamm er angehört. Wie kann der Forscher mit nur einer einzigen Frage herausfinden, welche Richtung er einschlagen muss?

Kontakt:

Website: www.leopoldkarl.com

Mail: lekarl@student.ethz.ch

LinkedIn: [Leopold Karl](#)