

# Lineare Algebra - Übungsnotizen 8

Leopold Karl

14. November 2022

## 1 Überblick: Stoff der letzten Wochen

- Summen von UVR und das Komplement
- Lineare Abbildungen

## 2 Serie 5

1. Präsentation: Luca Darms & Tim Fessler  
Hinweis: Aufgepasst: Die Vektoren sind hier stets Matrizen! Bemerke eine gewisse Ähnlichkeit zwischen (a) und (c)
2. Präsentation: -  
Hinweis: Hier geht es darum, ein LGS von der anderen Seite zu betrachten: Wie bastle ich eines mit gewissen Eigenschaften? Bemerke dazu: Analog zur Beschreibung einer Ebene durch ihren Normalenvektor in  $\mathbb{R}^3$  wollen wir auch hier die Menge beschreiben durch (einen) Normalenvektor(en).
3. Präsentation: Mario Zingg & Tassia Flath  
Hinweis: ad (c) bemerke, dass die Vektoren  $(z, w)$  im VR die Form  $(z, iz)$  haben. Vergiss nicht:  $z, w \in \mathbb{C}$ !
4. Präsentation: Meinolf Lemke  
Hinweis: Bastle eine Basis aus Teilen der Standardbasis von  $K[X]$  und  $(X + 5)$ .
5. Präsentation: Katharina Knist  
Hinweis: Betrachte auch endlichdimensionale Körper! Mach also eine Fallunterscheidung
6. Federico Rezzonico  
Hinweis: Definiere die Abbildung  $g(x) = f(x) - f(0) \cdot \cos(x) - f'(0) \cdot \sin(x)$  für  $f(x) \in VR$  und untersuche sie.

---

**Kontakt:**

Website: [www.leopoldkarl.com](http://www.leopoldkarl.com)

Mail: [lekarl@student.ethz.ch](mailto:lekarl@student.ethz.ch)

LinkedIn: [Leopold Karl](#)

### 3 Beispiele/Übungen

1. SC-Aufgaben ausgeteilt (Prof. Pink, HS21, SC08)
2. Wie viele verschiedene Komplemente kann man zu  $U = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \rangle$  als UVR von  $\mathbb{R}^3$  finden?
3. Finde ein Komplement von  $U = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \right\} \rangle$  als UVR von  $Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ .
4. Nennt Beispiele für Homomorphismen in  $\text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$  - wir überprüfen sie gemeinsam.
5. Bemerke den Zusammenhang zwischen Symmetrien von Fibonacci-Folgen und Homomorphismen.  
Ist die Verschiebungsabbildung  $K^\infty \rightarrow K^\infty, (a_i)_{i=0}^\infty \mapsto (a_i)_{i=1}^\infty$  ein Homomorphismus?
6. Finde ein Komplement von  $U = \text{Hom}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2)$  als UVR von  $\text{Abb}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2)$ .
7. Beweise, dass das Integral und die Ableitung lineare Abbildungen sind.

---

**Kontakt:**

Website: [www.leopoldkarl.com](http://www.leopoldkarl.com)

Mail: [lekarl@student.ethz.ch](mailto:lekarl@student.ethz.ch)

LinkedIn: [Leopold Karl](#)