

# Lineare Algebra - Übungsnotizen 6

Leopold Karl

31. Oktober 2022

## 1 Überblick: Stoff der letzten Wochen

- Span
- Lineare Unabhängigkeit
- Basis eines Vektorraums

## 2 Serie 5

1. Präsentation: Aleksandar Tuzlak & Mario Zingg  
Hinweis: Für den  $\text{Span}(p_1, p_2, p_3, p_4)$  können wir einen uns schon bekannten VR finden, dem er gleicht.
2. Präsentation: Lukas-Magnus Retter & Ramon Willi  
Hinweis: Was passiert allgemein, wenn wir  $\text{Span}(v_1, v_2, \dots)$  für  $v_i \in V$  betrachten?
3. Präsentation: Fabio Hilfiker & Yossif Marinov  
Hinweis: Betrachte  $U = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \rangle$ ,  $V_1 = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \rangle$ ,  $V_2 = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \rangle$
4. Präsentation: Meinolf Lemke & Milko Bakalov  
Hinweis: Das neutrale Element muss immer Element des UVR  $U$  sein! Reichen die dadurch entstehenden Einschränkungen aus?
5. Präsentation: Karim Addi & Samuel Noger  
Hinweis: Nimm per Widerspruch an, dass es eine endliche Basis gibt.
6. Federico Rezzonico & Tim Fessler  
Hinweis:  $N$  ist nicht universell, also kann von  $a \in K_0^\infty$  zu  $a' \in K_0^\infty$  verschieden sein. Suche ein Erzeugendensystem  $E$  von  $K_0^\infty$  und schau, ob du es noch reduzieren kannst.

---

**Kontakt:**

Website: [www.leopoldkarl.com](http://www.leopoldkarl.com)

Mail: [lekarl@student.ethz.ch](mailto:lekarl@student.ethz.ch)

LinkedIn: [Leopold Karl](#)

### 3 Beispiele/Übungen

1. Sammeln wir ein paar Beispiele für VR und UVR ( $\mathbb{R}^n, C^n :=$  Raum der n-mal differenzierbaren Funktionen,  $F_p^n, \mathbb{P}_n =$  Raum der Polynome mit Grad n über bel. Körper, Raum der Folgen mit kompaktem Träger, alles, was die VR-Axiome erfüllt)! Wie schauen deren Basen aus?
2. Wie ist der Span zweier linear unabhängigen Vektoren im  $\mathbb{R}^3$  zu interpretieren?
3. Wie viele verschiedene Basen von  $\mathbb{F}_2^n$  über  $\mathbb{F}_2$  gibt es?
4. Ist die Menge  $\{x, x^4 + 1, x^{77} + x^{33} + x^{11}\} \subseteq \mathbb{P}_{100}^{\mathbb{R}}$  über  $\mathbb{R}$  linear unabhängig?  
Was ist mit  $\{5x^2 + x, 2x^5 + 2x^3 + x^2, 4x^5 + 3x, 6x^3\} \subseteq \mathbb{P}_7^{\mathbb{F}_7}$  über  $\mathbb{F}_7$ ?  
Reicht es paarweise lineare Unabhängigkeit zu zeigen?
5. Ist  $\{x^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{1\}$  eine Basis von  $\overline{\mathbb{P}}_{\infty}^{\mathbb{R}}$ , dem VR der Polynome über  $\mathbb{R}$  beliebigen Grades?
6. Welche Dimension hat der VR  $\mathbb{R}$  über  $\mathbb{Q}$ ?

---

**Kontakt:**

Website: [www.leopoldkarl.com](http://www.leopoldkarl.com)

Mail: [lekarl@student.ethz.ch](mailto:lekarl@student.ethz.ch)

LinkedIn: [Leopold Karl](#)