

Lineare Algebra - Übungsnotizen 6

Leopold Karl

31. Oktober 2022

1 Überblick: Stoff der letzten Wochen

- Span
- Lineare Unabhängigkeit
- Basis eines Vektorraums

2 Serie 5

1. Präsentation: Aleksandar Tuzlak & Mario Zingg
Hinweis: Für den $\text{Span}(p_1, p_2, p_3, p_4)$ können wir einen uns schon bekannten VR finden, dem er gleicht.
2. Präsentation: Lukas-Magnus Retter & Ramon Willi
Hinweis: Was passiert allgemein, wenn wir $\text{Span}(v_1, v_2, \dots)$ für $v_i \in V$ betrachten?
3. Präsentation: Fabio Hilfiker & Yossif Marinov
Hinweis: Betrachte $U = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \rangle$, $V_1 = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \rangle$, $V_2 = \langle \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \rangle$
4. Präsentation: Meinolf Lemke & Milko Bakalov
Hinweis: Das neutrale Element muss immer Element des UVR U sein! Reichen die dadurch entstehenden Einschränkungen aus?
5. Präsentation: Karim Addi & Samuel Noger
Hinweis: Nimm per Widerspruch an, dass es eine endliche Basis gibt.
6. Federico Rezzonico & Tim Fessler
Hinweis: N ist nicht universell, also kann von $a \in K_0^\infty$ zu $a' \in K_0^\infty$ verschieden sein. Suche ein Erzeugendensystem E von K_0^∞ und schau, ob du es noch reduzieren kannst.

Kontakt:

Website: www.leopoldkarl.com

Mail: lekarl@student.ethz.ch

LinkedIn: [Leopold Karl](#)

3 Beispiele/Übungen

1. Sammeln wir ein paar Beispiele für VR und UVR ($\mathbb{R}^n, C^n :=$ Raum der n-mal differenzierbaren Funktionen, $F_p^n, \mathbb{P}_n =$ Raum der Polynome mit Grad n über bel. Körper, Raum der Folgen mit kompaktem Träger, alles, was die VR-Axiome erfüllt)! Wie schauen deren Basen aus?
2. Wie ist der Span zweier linear unabhängigen Vektoren im \mathbb{R}^3 zu interpretieren?
3. Wie viele verschiedene Basen von \mathbb{F}_2^n über \mathbb{F}_2 gibt es?
4. Ist die Menge $\{x, x^4 + 1, x^{77} + x^{33} + x^{11}\} \subseteq \mathbb{P}_{100}^{\mathbb{R}}$ über \mathbb{R} linear unabhängig?
Was ist mit $\{5x^2 + x, 2x^5 + 2x^3 + x^2, 4x^5 + 3x, 6x^3\} \subseteq \mathbb{P}_7^{\mathbb{F}_7}$ über \mathbb{F}_7 ?
Reicht es paarweise lineare Unabhängigkeit zu zeigen?
5. Ist $\{x^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{1\}$ eine Basis von $\overline{\mathbb{P}}_{\infty}^{\mathbb{R}}$, dem VR der Polynome über \mathbb{R} beliebigen Grades?
6. Welche Dimension hat der VR \mathbb{R} über \mathbb{Q} ?

Kontakt:

Website: www.leopoldkarl.com

Mail: lekarl@student.ethz.ch

LinkedIn: [Leopold Karl](#)