Lineare Algebra - Übungsnotizen 1

Leopold Karl

26. September 2022

1 Allgemeines

- Mail: lekarl@student.ethz.ch
- Tel.: +41 78 2043029
- Persönliche Homepage mit Übungsmaterialien/-notizen: www.leopoldkarl.com
- Buchempfehlungen: Fischer, Jänich, Zusammenfassung von Pink, Einführung in das mathematische Arbeiten (Schichl/Steinbauer)

2 Organisatorisches

- SAMUp (Ausarbeitungen hochladen) / Box in HG J68
- Vorxn (Präsentationen)
- Quizzes
- Study Center
- Notenbonus: max. 5P[1] durch Quizzes pro Semester, max. 5P durch Präsentationen pro Semester

3 Symmetrien von Fib

- Erinnerung: In der Vorlesung wurden φ und ψ gefunden, durch die $\mathcal{F}_{0,1}$ und $\mathcal{F}_{1,0}$ und dadurch alle Folgen $\mathcal{F}_{\mathrm{a,b}} \in \mathbf{Fib}$ dargestellt werden können.
- Idee: Eine Symmetrie von **Fib** soll die Struktur von **Fib** erhalten, also z.B.[2] Distanz, Winkel etc.[3]
- Def.[4] Symmetrie: Eine Symmetrie von **Fib** ist eine Abbildung $T : \mathbf{Fib} \to \mathbf{Fib}$, die für $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in \mathbf{Fib}$ und $\alpha \in \mathbb{R}$ dem Folgenden genügt:

  i) $T(\mathcal{A} + \mathcal{B}) = T(\mathcal{A}) + T(\mathcal{B})$
  ii) $T(\alpha\mathcal{A}) = \alpha T(\mathcal{A})$

  Note: Später im Semester werden wir Abbildungen mit den obigen Eigenschaften auch als „Lineare Abbildungen“ bezeichnen
- Beispiele: Identitätsabbildung ($\mathcal{A} \mapsto \mathcal{A}$), Skalarmultiplikation ($\mathcal{A} \mapsto \alpha\mathcal{A}$), Verschiebungsabbildung ($\mathcal{A} = (a_0, a_1, a_2, ...) \mapsto (a_1, a_2, ...)$)
- Gegenbeispiel: Folgenadditions-Abbildung ($\mathcal{A} \mapsto \mathcal{A} + \mathcal{B}$)

[1] Punkte
[2] zum Beispiel
[3] et cetera = lat. und so weiter
[4] Definition

4 Fixpunkte & Eigenfolgen Fib

- Def. Fixpunkt: $\mathcal{A}$ ist ein Fixpunkt der Symmetrie T genau dann, wenn $T(\mathcal{A}) = \mathcal{A}$ gilt.
- Def. Eigenfolge: $\mathcal{A}$ ist eine Eigenfolge der Symmetrie T genau dann, wenn $T(\mathcal{A}) = \alpha\mathcal{A}$

  Note: Später im Semester werden wir Argumente einer Symmetrie, die die Eigenschaft der Eigenfolge erfüllen allgemeiner als „Eigenvektor" bezeichnen.
- Eigenfolge der Verschiebungsabbildung $S : \mathbf{Fib} \to \mathbf{Fib}, \mathcal{A} = (a_0, a_1, a_2, ...) \mapsto (a_1, a_2, ...)$:

  Jede Eigenfolge von S muss die Form $\mathcal{A} = (a_0, \alpha a_0, \alpha^2 a_0, \alpha^3 a_0, ...)$ haben (siehe Skript)

1. Daraus folgt für $a_0 = 1$ die explizite Formel der n-ten Fibonaccizahl:

   $F_n = \frac{\varphi^n - \psi^n}{\sqrt{5}}$ für $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \psi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

5 Tipps zur Serie

1. a) Verschiebungsabbildung S b) Was mussen wir wissen, um $\mathcal{F}$ zu berechnen (siehe Skript/Vorlesung)?
2. a) benutze Wahrheitstabellen b) Anschauung: zeichne dir die Mengen auf; Beweisschema: „Sei $x \in A$, dann ..., also ist $x \in B$."
3. Verwende die rekursive Def. von $\mathcal{F}_{0,1}$
4. Negationszeichen „immer weiter hineinziehen"
5. Das schafft ihr! Schlagt im Zweifelsfall nochmal nach, wie die Kontraposition definiert ist!
6. Wie viele Zahlen einer Fibonacci-Folge müssen wir kennen, um sie eindeutig bestimmen zu können?

Kontakt:
Website: www.leopoldkarl.com
Mail: lekarl@student.ethz.ch
LinkedIn: Leopold Karl